

Presidente da República
Luiz Inácio Lula da Silva

Ministro da Educação
Fernando Haddad

Secretário Executivo
José Henrique Paim Fernandes

Secretária de Educação Especial
Claudia Pereira Dutra

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO ESPECIAL

Código Matemático Unificado para a Língua Portuguesa - CMU

Brasília, 2006

FICHA TÉCNICA

Secretaria de Educação Especial

Claudia Pereira Dutra

Departamento de Políticas da Educação Especial

Claudia Maffini Griboski

Coordenação Geral de Desenvolvimento da Educação Especial

Kátia Aparecida Marangon Barbosa

Tradução / Elaboração

Jonir Bechara Cerqueira

Maria da Glória de Souza Almeida

Maria Gloria Batista da Mota

Regina Fátima Caldeira de Oliveira

Elza Maria de Araújo Carvalho Abreu

Revisão

Elza Maria de Araújo Carvalho Abreu

Jonir Bechara Cerqueira

Maria Gloria Batista da Mota

Maria Helena Pereira da Silva

Maria do Socorro Rodrigues da Silva

Martha Marilene de Freitas Sousa

Regina Fátima Caldeira de Oliveira

Renata Dias de Souza

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Brasil. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Especial.
Código Matemático Unificado para a Língua Portuguesa /
elaboração : Cerqueira, Jonir Bechara... [et al.]. – Brasília :
Ministério da Educação, Secretaria de Educação Especial,
2006.

89p. : il.

ISBN: 85-60331-04-2

ISBN: 978-85-60331-04-8

1. Educação Especial. 2. Grafia Braille para a Matemática. 3.
Braille. I. Título.

CDU 003.24:51

ÍNDICE

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30

31

32

33

34

35

36

37

38

39

40

41

42

43

44

45

46

47

48

49

50

51

52

53

54

55

56

57

58

59

60

61

62

63

64

65

66

67

68

69

70

71

72

73

74

75

76

77

78

79

80

81

82

83

84

85

86

87

88

89

90

91

92

93

94

95

96

97

98

99

100

Esta edição do *Código Matemático Unificado para a Língua Portuguesa* foi revista e atualizada de acordo com a *Grafia Braille para a Língua Portuguesa*, documento elaborado pela Comissão Brasileira do Braille e pela Comissão de Braille de Portugal e aprovado pelo Ministério da Educação por meio da Portaria 2.678, de 24 de setembro de 2002.

ÍNDICE

Apresentação	11
Introdução.....	13
Observações	17
Capítulo 1 - Prefixos alfabéticos e sinais unificadores	19
1.1 Prefixos alfabéticos	19
1.2 Representação braille do alfabeto grego	20
1.3 Sinais unificadores e parênteses auxiliares	22
Capítulo 2 - Índices e marcas.....	25
2.1 Posições dos índices	25
2.2 Índices inferiores e índices superiores	25
2.3 Marcas.....	27
2.3.1 Marcas à direita em índice superior	27
2.3.2 Marcas em sobrescrito	29
2.4 Símbolos com vários índices.....	30
2.4.1 Índices inferiores e índices superiores simultâneos	30
2.4.2 Caso geral.....	30
2.5 Índices deslocados.....	32
2.6 Índices numéricos abreviados	32
Capítulo 3 - Números	33
3.1 Caracteres árabes ou algarismos	33
3.2 Números decimais e fracionários.....	34
3.3 Números representados em distintas bases	35
3.4 Variantes tipográficas dos números	36
3.5 Representação dos principais conjuntos numéricos.....	36
3.6 Ordinais.....	36
3.7 Números romanos.....	37
3.8 Exemplos de transcrições de medidas.....	37

Capítulo 4 - Operações aritméticas fundamentais e relações numéricas elementares	41
4.1 Sinais de operações aritméticas elementares.....	41
4.2 Relações numéricas elementares.....	42
4.3 Relações negativas	44
4.4 Outras representações aritméticas.....	44
Capítulo 5 - Frações, potências e raízes	47
5.1 Frações.....	47
5.2 Potências.....	49
5.3 Raízes	50
5.4 Exemplos de transcrição de expressões algébricas	50
Capítulo 6 - Teoria de conjuntos e lógica	53
6.1 Representações elementares.....	53
6.2 Lógica.....	58
6.3 Outras notações.....	60
6.4 Exemplos de notação de teoria de conjuntos.....	61
Capítulo 7 - Aplicações (funções).....	63
7.1 Notações elementares	63
7.2 Limites.....	65
7.3 Derivadas.....	66
7.4 Integrais.....	69
7.5 Notações sobre funções determinadas	70
7.5.1 Sucessões, progressões e matrizes.....	70
7.5.2 Funções logarítmicas	72
7.5.3 Funções trigonométricas e suas inversas.....	74
7.5.4 Funções hiperbólicas e suas inversas	74
7.6 Símbolos usuais com significados diversos	75
7.7 Exemplos ilustrativos.....	76

Capítulo 8 – Geometria	79
8.1 Notações elementares, vetores e figuras	79
8.2 Medidas angulares	82
8.3 Relações e operações	83
Apêndice I.....	85
Apêndice II	87
Bibliografia	89

APRESENTAÇÃO

O *Código Matemático Unificado para a Língua Portuguesa* reúne as aspirações dos professores brasileiros e da Ibero-América, que por longos anos buscaram uma solução unificada e adaptada às características do Sistema Braille utilizado na Europa e na América Latina. Muito se deve aos profissionais da área da educação de alunos com deficiência visual que movimentaram órgãos nacionais e internacionais. Seus esforços estão cristalizados na existência da Comissão Brasileira do Braille, que, ao atingir o seu magno objetivo, oferece hoje ao sistema educacional brasileiro o *Código Matemático Unificado para a Língua Portuguesa* – CMU.

O inestimável apoio do governo brasileiro por meio do Ministério da Educação/Secretaria de Educação Especial e seus parceiros representados especialmente pelo Instituto Benjamin Constant – IBC, Fundação Dorina Nowill para Cegos – FDNC e a União Brasileira de Cegos – UBC, comprovam a importância da união de esforços que resultou na elaboração de um documento atualizado e da maior relevância para a educação de cegos na era da informatização – o *Código Matemático Unificado para a Língua Portuguesa*.

Claudia Pereira Dutra
Secretária de Educação Especial - MEC

INTRODUÇÃO

A aplicação do Sistema Braille à Matemática foi proposta por Louis Braille na versão do Sistema editada em 1837. Nessa ocasião, foram apresentados os símbolos fundamentais para os algarismos e as convenções para a Aritmética e a Geometria.

Esta simbologia fundamental, entretanto, nem sempre foi adotada nos países que vieram a utilizar o Sistema Braille, verificando-se, posteriormente, diferenças regionais e locais mais ou menos acentuadas, chegando a prevalecer, como hoje, diversos códigos para a Matemática e as ciências, em todo o mundo.

Com o propósito de unificar a simbologia braille para a Matemática e as ciências, realizou-se na cidade de Viena, em 1929, um congresso, reunindo países da Europa e os Estados Unidos. Apesar desse esforço, a falta de acordo fez com que continuassem a prevalecer as divergências, que se acentuaram, face à necessidade de adoção de novos símbolos, determinada pela evolução técnica e científica do século XX.

O Conselho Mundial para o Bem-Estar dos Cegos, hoje, União Mundial de Cegos, com o apoio da UNESCO, passou a se preocupar com o problema da unificação da simbologia matemática e científica, em nível mundial.

Com esse propósito, a Organização Nacional de Cegos Espanhóis (ONCE), em princípios da década de 70, desenvolveu estudos através da análise e comparação de diferentes códigos em uso no mundo para, finalmente, propor um código unificado a que denominou *Notación Universal*.

A Conferência Ibero-Americana para a Unificação do Sistema Braille, realizada em Buenos Aires, em 1973, foi uma tentativa de se

estabelecer um código único para países de língua castelhana e portuguesa. Na oportunidade, foram apresentados três trabalhos elaborados, respectivamente, pela Espanha, Argentina e Brasil. A acentuada divergência entre os códigos inviabilizou um desejável acordo.

O Comitê Executivo do Conselho Mundial para o Bem-Estar dos Cegos, reunido na cidade de Riad, Arábia Saudita (1977), criou o Subcomitê de Matemáticas e Ciências, integrado por representantes da Espanha, Estados Unidos, União Soviética, Alemanha Ocidental e Inglaterra, com a finalidade principal de promover, em diferentes países, estudos e experiências de âmbito nacional e regional, visando a unificação dos diversos códigos em uso.

Os países de língua castelhana, finalmente, chegaram a um acordo para a unificação da simbologia matemática, em 1987, na cidade de Montevidéu, durante uma reunião de representantes de imprensas braille dos países que falam o referido idioma. A essa reunião compareceram dois representantes brasileiros, como observadores.

Especialistas no Sistema Braille do Brasil, especialmente ligados ao Instituto Benjamin Constant e à, hoje, Fundação Dorina Nowill para Cegos, a partir da década de 70, passaram a se preocupar com as vantagens que adviriam da unificação dos códigos científicos, uma vez que a Tabela Taylor, adotada no Brasil desde a década de 40, já não vinha atendendo satisfatoriamente à transcrição em braille, sobretudo, após a introdução dos símbolos da Matemática Moderna, principalmente no que se referia à Matemática em nível superior.

O Brasil participou inicialmente e, posteriormente, acompanhou os estudos desenvolvidos pelo comitê de especialistas da ONCE, que resultaram no Código Matemático Unificado (CMU).

Em 1991 foi criada a Comissão para Estudo e Atualização do Sistema Braille em Uso no Brasil, com a participação de especialistas

representantes do Instituto Benjamin Constant, da Fundação Dorina Nowill para Cegos, do Conselho Brasileiro para o Bem-Estar dos Cegos, da Associação Brasileira de Educadores de Deficientes Visuais e da Federação Brasileira de Entidades de Cegos, com o apoio da União Brasileira de Cegos e o patrocínio do Fundo de Cooperação Econômica para Ibero-América - ONCE-ULAC.

Os trabalhos dessa comissão foram concluídos em 18 de maio de 1994, constando das principais resoluções a de se adotar no Brasil o Código Matemático Unificado para a Língua Castelhana, com as necessárias adaptações à realidade brasileira.

Por orientação da União Brasileira de Cegos (UBC), a Comissão Brasileira de Braille, organismo técnico a ela subordinado, estabeleceu estratégias para a implantação, em todo o território nacional, da nova simbologia matemática unificada.

A edição do presente trabalho representa uma das ações mais concretas neste sentido.

O *Código Matemático Unificado para a Língua Portuguesa* oferece excelentes opções para a representação de símbolos do sistema comum, até agora sem representação adequada no Sistema Braille, como os casos de índices e marcas. Alternativa digna de destaque é a aplicação dos parênteses auxiliares, recurso de representação em braille nos casos em que a escrita linear dificulta o entendimento das expressões matemáticas. O CMU possui, ainda, símbolos disponíveis para novas representações em braille.

Possíveis dúvidas que venham a surgir com a aplicação do presente trabalho poderão ser dirimidas junto à Comissão Brasileira do Braille.

Comissão Brasileira do Braille - CBB

OBSERVAÇÕES

O uso e aplicação do presente Código Matemático não oferece maiores dificuldades ao usuário, seja esta pessoa cega ou vidente.

Sua concretização e edição, longe de constituir um obstáculo, se transforma num meio que unificará para todos (professores, transcritores, usuários ...) o caminho da utilização de uma linguagem matemática comum.

Para facilitar ainda mais esta tarefa, nos permitimos fazer as seguintes recomendações:

1. As expressões matemáticas se escrevem, geralmente, sem celas vazias intermediárias. Não obstante, em alguns casos, por razões de clareza, se faz necessário deixar espaços em branco antes e depois de alguns símbolos que expressamente se indicam em tabelas correspondentes (exemplo: “portanto”, ver item 6.3).

Do mesmo modo esta exceção se aplica em alguns casos a outros sinais como por exemplo a igualdade no caso de tabelas ou gráficos. (ver item 7.5.1).

2. Em textos de ciências exatas e naturais, recomenda-se não utilizar estenografia braille, no sentido de se evitarem possíveis confusões na leitura.

3. A transcrição de uma fórmula inserida em um texto comum deverá obedecer à seguinte norma: deixar duas celas em branco antes da fórmula e, do mesmo modo, duas celas vazias depois dela.

4. Objetivando facilitar a leitura e a compreensão do texto, expressões e sentenças curtas, quando não couberem num final de linha, de-

verão ser transferidas, integralmente, para a linha seguinte, ainda que se desprezem espaços na linha superior. Já as expressões e sentenças longas, quando não couberem numa linha, serão cortadas, preferentemente, num sinal de relação (igual a, diferente de, maior que, etc.) ou num sinal de operação (mais, menos, vezes, dividido por), procedendo-se como em tinta, isto é, escrevendo o sinal no fim da linha e repetindo-o no início da linha seguinte. O início de uma linha seguinte ao corte de uma expressão ou sentença deve ficar duas celas depois ou duas celas antes da cela que corresponde ao início da linha superior, na qual se efetuou o corte. Nas sucessões, progressões, nos conjuntos representados elemento por elemento, etc., o corte se fará depois do sinal de pontuação (vírgula, ponto, dois pontos) posterior a um termo, sem repetição deste sinal na linha seguinte. O corte de uma expressão entre parênteses deve ser evitado, ainda que se abandonem celas em branco num fim de linha. Quando isto for inevitável, procede-se como referido anteriormente, isto é, a expressão se cortará num sinal de operação, repetido, necessariamente, na linha seguinte. Quando estes processos não forem possíveis, empregar-se-á o sinal \cdot (ponto 5), que não se repetirá na linha seguinte.

5. Recomenda-se (principalmente aos editores) que nos textos de matemática e de ciências exatas, em geral, se incluam tabelas com os sinais utilizados e seus respectivos significados, além da representação gráfica (como é em tinta) da signografia e dos gráficos.

6. Atenção especial deve ser dada à aplicação dos parênteses auxiliares, que não têm correspondentes no sistema comum, pois se constituem em um recurso particular do braille. Suas diversas aplicações devem ser bem esclarecidas junto a professores, transcritores, revisores e usuários do Sistema Braille.

CAPÍTULO 1

PREFIXOS ALFABÉTICOS E SINAIS UNIFICADORES

1.1 Prefixos alfabéticos

As letras dos alfabetos latino, grego e gótico-alemão também são usadas em matemática.

No Sistema Braille são empregados *prefixos* que distinguem essas letras dos algarismos, evitando-se possíveis confusões, como se verá a seguir:

Exemplos de Prefixos:

alfabetos	minúsculas	maiúsculas
latino	\cdot \cdot	\cdot \cdot
grego	\cdot \cdot	\cdot \cdot
gótico ou outras variantes tipográficas	\cdot \cdot	\cdot \cdot

Para letras de outros alfabetos, com significado definido, por convenção, destinam-se símbolos braille determinados.

Na escrita simbólica, todas as letras devem ser representadas com os prefixos correspondentes, com exceção das letras latinas minúsculas, que só serão precedidas do ponto \cdot (5) nos seguintes casos:

U	⠠⠨⠠	Y	⠠⠨⠠	úpsilon
φ	⠠⠋⠠	Φ	⠠⠋⠠	fi
χ	⠠⠭⠠	X	⠠⠭⠠	chi
ψ	⠠⠪⠠	Ψ	⠠⠪⠠	psi
ω	⠠⠩⠠	Ω	⠠⠩⠠	ômega

1.3 Sinais unificadores e parênteses auxiliares

sinal em tinta	sinal em braille	descrição	significado
()	⠠⠠	(126 345)	parênteses
[]	⠠⠠	(12356 23456)	colchetes
{ }	⠠⠠⠠⠠	(5, 123 456, 2)	chaves
} {	⠠⠠⠠⠠	(5, 345 126, 2)	chaves especiais
< >	⠠⠠⠠⠠	(5, 13 46, 2)	parênteses angulares
	⠠⠠	(456 456)	barras (seguidas de pelo menos meia cela em branco)
	⠠⠠⠠⠠	(456, 123 456, 123)	barras duplas
	⠠⠠	(26 35)	parênteses auxiliares

Os parênteses auxiliares não têm correspondentes no sistema comum, em tinta. Constituem um recurso próprio do braille para delimitar certas expressões que, na escrita comum, se apresentam unificadas de várias maneiras, tais como: por distintos tamanhos, diferenças de nível em relação à linha básica, linha horizontal nas frações, radicandos, etc.

Quando as expressões já estiverem unificadas por parênteses, colchetes, chaves, etc., não se aplicarão os parênteses auxiliares. (ver item 5.2 e 5.4)

Os parênteses auxiliares podem ser repetidos indefinidamente, sem perigo de equívocos, já que o fechamento se produz em ordem inversa à da abertura. (ver item 5.1)

CAPÍTULO 2

ÍNDICES E MARCAS

2.1 Posições dos índices

Os índices são letras, números, marcas ou expressões escritos em tamanhos pequenos e acrescentados a um símbolo principal em uma ou mais das seis possíveis posições, assim dispostas:

símbolo principal -- **Z**

1 2 3
Z
4 5 6

Das seis posições acima, as mais comuns no ensino fundamental são a 3 e a 6 (posteriores ao símbolo principal).

2.2 Índices inferiores e índices superiores

Na representação em braille, geralmente, os índices são precedidos de um símbolo (não existente no sistema comum), o qual indica sua exata posição; seja qual for esta posição, os índices sempre serão colocados depois da letra principal, tal como aparece nos seguintes exemplos:

Z_r	⠠⠠⠠⠠	índice inferior, “z índice inferior r”
Z^r	⠠⠠⠠⠠	índice superior, “z índice superior r”
_rZ	⠠⠠⠠⠠	índice inferior à esquerda

$\overset{r}{Z}$ ⠠⠠⠠⠠ índice superior à esquerda

Z_r ⠠⠠⠠⠠ subscripto

$\overset{r}{Z}$ ⠠⠠⠠⠠ sobrescrito

Se o índice estiver formado por vários termos ou uma expressão matemática, estes ficarão entre parênteses auxiliares braille.

Exemplos:

Z_{n-1} ⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠ z índice inferior $n-1$

$Z^{i,j}$ ⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠ z índice superior i,j

Z_{i_0} ⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠ z índice inferior i_0

Z_{i_r-1} ⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠ z índice inferior i_r-1

$Z_{i_{r-1}}$ ⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠ z seguido do índice inferior i sub-índice inferior $r-1$

${}^{n-1}Z$ ⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠ z índice superior à esquerda $n-1$

Analogamente, para qualquer posição.

2.3 Marcas

2.3.1 Marcas à direita em índice superior

Marcas na posição de índice superior ⠠ (posição 3). As marcas aqui apresentadas dispensam, particularmente, o símbolo braille ⠠ (16) indicativo de posição.

Z^+ ⠠⠠⠠⠠ Z com um sinal positivo

Z^- ⠠⠠⠠⠠ Z com um sinal negativo

Z° ⠠⠠⠠⠠ Z com um círculo (esta notação não se aplica para graus, (ver item 8.2)

Z^* ⠠⠠⠠⠠ Z com asterisco

Quando alguma destas marcas aparecer mais de uma vez, repetir-se-á a parte característica da marca, seguida do ponto ⠠ (3).

Exemplos:

Z^{+++} ⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠ Z com três sinais positivos.

$Z^{\circ\circ}$ ⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠ Z com dois círculos.

Z^{--} ⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠ Z com dois sinais negativos.

Quando uma letra estiver afetada por quatro ou mais marcas iguais, representa-se, em tinta, com o número de marcas seguido da marca em questão. Em braille será necessário o indicador de posição seguido do número e da marca correspondentes.

Exemplo:

Z⁴⁺ ⠠⠠⠠⠠⠠ Z com quatro sinais positivos
(em posição de índice superior)

Tratamento diferente recebem as marcas “uma linha”, “duas linhas” e “três linhas” devido a seu freqüente uso. Em tinta, são representadas por uma, duas ou três vírgulas, respectivamente em posição de índice superior. Na transcrição braille não se usa o ponto ⠠ (3) e se representam da seguinte maneira:

Z' ⠠⠠⠠ “Z linha”

Z'' ⠠⠠⠠⠠ “Z duas linhas”

Z''' ⠠⠠⠠⠠⠠ “Z três linhas”

Quando qualquer das marcas anteriores aparecer em outra posição, será necessário o uso do indicador braille de posição:

Z₊ ⠠⠠⠠⠠⠠ Z com sinal positivo em
índice inferior à direita

⁴⁻Z ⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠ Z com quatro sinais negativos
em índice superior à esquerda

„Z ⠠⠠⠠⠠⠠ Z duas linhas em índice
inferior à esquerda

2.3.2 Marcas em sobrescrito

As marcas colocadas diretamente em cima de um símbolo se transcrevem em braille precedendo a transcrição do referido símbolo.

No caso particular das letras marcadas com um, dois ou três pontos em sobrescrito, é necessário utilizar o prefixo alfabético correspondente, inclusive para as letras latinas minúsculas, como se vê nos seguintes exemplos:

Ż ⠠⠠⠠⠠ Z maiúsculo com um ponto.

ζ̇ ⠠⠠⠠⠠⠠ letra grega zeta minúscula com dois pontos.

Z̈ ⠠⠠⠠⠠⠠⠠ Z minúsculo com três pontos.

As letras marcadas com um, dois ou três pontos, como nos casos anteriores, se aplicam freqüentemente em Física para indicar a primeira, segunda e terceira derivada, respectivamente.

Z̄ ⠠⠠⠠⠠ Z sobrelinhado.

Z̄̄ ⠠⠠⠠⠠⠠⠠ Z com duas linhas horizontais.

Z̲ ⠠⠠⠠⠠ Z sublinhado.

Z̃ ⠠⠠⠠⠠ linha ondulada sobre z.

Quando alguma destas marcas em sobrescrito afetar mais de uma letra ou uma expressão matemática de dois ou mais termos, serão usados parênteses auxiliares.

Exemplos:

\overline{AB}  linha sobre *A* e *B*.

$\overline{\overline{z}}$  *z* duas linhas sobrelinhado.

Nota: Outras marcas aparecem no item dedicado à Geometria. (ver item 8.1)

2.4 Símbolos com vários índices

2.4.1 Índices inferiores e índices superiores simultâneos

No caso de um símbolo ou letra estar afetado simultaneamente por um índice inferior e um índice superior, transcrever-se-á primeiro o índice inferior e depois o índice superior.

Os expoentes (ver item sobre potências) recebem neste caso o mesmo tratamento que os índices superiores.

Exemplos:

z_4^3  *z* índice inferior quatro ao cubo.

$z_{i,j}^2$  *z* índice inferior *i,j* ao quadrado.

2.4.2 Caso geral

Quando um símbolo estiver afetado por mais de um índice e/ou marca, o símbolo, os índices e as marcas transcrever-se-ão, em geral, de acordo com a seguinte ordem:

1ª. Marcas em sobrescrito.

2ª. Símbolo base ou portador.

3ª. Índices literais e numéricos à esquerda.

4ª. Marcas à esquerda.

5ª. Marcas à direita.

6ª. Índices inferiores à direita.

7ª. Índices superiores à direita (ou expoente).

Exemplos:

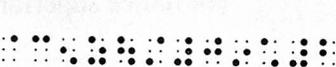
z'_0  *z* linha índice inferior 0.

z'^3  *z* linha índice superior 3 ou *z* linha ao cubo.

\overline{z}_0  *z* índice inferior 0 sobrelinhado.

$\overline{(z'_0)^2}$  *z* linha índice inferior 0 sobrelinhado ao quadrado.

Se nesta expressão não figurassem os parênteses, para sua transcrição em braille seriam utilizados parênteses auxiliares:

$\overline{z'}^2$ 

2.5 Índices deslocados

No cálculo de tensão, os tensores costumam ser representados por letras em negrito e índices inferiores e superiores deslocados alternativamente para a direita.

A transcrição em braille dos índices deslocados far-se-á precedendo o indicador de posição correspondente pelo sinal ⠆ (pontos 56) para os índices inferiores e ⠄ (pontos 45) para os índices superiores. Desta última norma, se exclui o primeiro índice.

Exemplos:

\mathbf{t}_r^s ⠆⠄⠆⠆⠆⠆⠆⠆ “t índice inferior r índice superior s” (“s” deslocado à direita)

\mathbf{t}_s^r ⠆⠆⠆⠆⠆⠆⠆⠆ “t índice superior r índice inferior s” (“s” deslocado à direita)

2.6 Índices numéricos abreviados

Em notações de matrizes e determinantes, em gráficos e fórmulas químicas, os índices inferiores numéricos (à direita) podem ser representados de forma abreviada, utilizando os elementos braille da quinta série, sem indicador de posição nem sinais de número.

Exemplos:

$\mathbf{H}_2\mathbf{O}$ ⠆⠆⠆⠆⠆⠆ fórmula da água.

$\mathbf{H}_2\mathbf{SO}_4$ ⠆⠆⠆⠆⠆⠆⠆⠆ fórmula do ácido sulfúrico.

CAPÍTULO 3

NÚMEROS

3.1 Caracteres árabes ou algarismos

Em braille serão representados pelas dez primeiras letras do alfabeto precedidas do elemento ⠆ (pontos 3456) que funciona como prefixo para todos os algarismos do número.

números	representação	nome
1	⠆⠆⠆	um
2	⠆⠆⠆	dois
3	⠆⠆⠆	três
4	⠆⠆⠆	quatro
5	⠆⠆⠆	cinco
6	⠆⠆⠆	seis
7	⠆⠆⠆	sete
8	⠆⠆⠆	oito
9	⠆⠆⠆	nove
0	⠆⠆⠆	zero

Quando um número tem mais de três algarismos, costuma ser separado em períodos de três, começando pelas unidades, utilizando para isto o ponto ⠠ (3).

Exemplos:

1.720 ⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠

3.802.197 ⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠

3.2 Números decimais e fracionários

3.2.1 Números decimais

A vírgula decimal será representada por ⠠ (ponto 2) e naqueles países onde em vez de vírgula decimal se usar ponto decimal, será representado igualmente pelo ponto ⠠ (2).

Exemplo:

3,2 ⠠⠠⠠⠠ três inteiros, dois décimos

As expressões decimais periódicas (díximas periódicas) se transcrevem, colocando o período entre parênteses auxiliares ou comuns.

Exemplos:

0,4̄ ⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠

2,(53) ⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠

3,254̄ ⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠

0,5127̄ ⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠

0,51(27) ⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠

3,1416... ⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠

Exemplo de transcrição de expressões decimais não periódicas (número irracional).

3.2.2 Números fracionários

O numerador, precedido de sinal de número, escrever-se-á na parte inferior da cela braille e o denominador na parte superior, este último sem sinal de número.

Exemplos:

3/4 ou $\frac{3}{4}$ ⠠⠠⠠⠠ três quartos

2³/4 ou 2 $\frac{3}{4}$ ⠠⠠⠠⠠⠠⠠ dois inteiros, três quartos

3.3 Números representados em distintas bases

Exemplos:

101₂ ⠠⠠⠠⠠⠠⠠ número na base 2 cujos algarismos são 1, 0 e 1

15₆ ⠠⠠⠠⠠⠠⠠ número na base 6 cujos algarismos são 1 e 5

Nos sistemas de numeração de base superior a 10 tornar-se-á necessário introduzir novos símbolos para a representação de "algarismos"; para isto se utilizam geralmente letras; em braille, cada uma destas letras sempre será precedida por um prefixo alfabético correspondente que não interromperá o valor do sinal de número.

7 mm	⠠⠼⠆⠆	sete milímetros
9 km	⠠⠼⠑⠆	nove quilômetros
1 km ²	⠠⠼⠆⠆⠠⠆⠆	1 quilômetro quadrado
5 m ²	⠠⠼⠑⠆⠠⠆⠆	cinco metros quadrados

Observe nos últimos dois exemplos o uso do sinal ⠠ (16) para indicar o expoente (ver Potências, item 5.2).

10 l	⠠⠼⠠⠆⠠	dez litros
3 dl	⠠⠼⠑⠠⠆	três decilitros
1 cl	⠠⠼⠠⠆	um centilitro
2 m ³	⠠⠼⠑⠠⠠⠆⠆	dois metros cúbicos
3 kg	⠠⠼⠑⠠⠆	três quilogramas
11 g	⠠⠼⠠⠆⠠⠆	onze gramas
17 °	⠠⠼⠠⠆⠠⠆	dezesete graus (angulares ou de temperatura)

2° 4' ⠠⠼⠑⠠⠠⠆ dois graus, quatro minutos (angulares)

2 h ⠠⠼⠑⠠ duas horas

3 h 9 min ⠠⠼⠑⠠⠠⠆⠠⠆ três horas, nove minutos

2 h 30 ⠠⠼⠑⠠⠠⠆⠠⠆ duas horas, 30 minutos

15:45 h ⠠⠼⠠⠆⠠⠆⠠⠆⠠⠆ (forma não oficial) quinze horas, quarenta e cinco minutos

$\left. \begin{array}{l} \div \\ / \end{array} \right\}$	\div (256)	sinal de divisão: “dividido por”; igual para todas as formas de representar a divisão <i>ex.: 6:2</i> \div <i>6 dividido por 2</i>
--	--------------	--

4.2 Relações numéricas elementares

$=$	\equiv (2356)	sinal de igualdade: “é igual a”. <i>ex.: 6+2=8</i> \equiv <i>6 mais 2 igual a 8.</i>
-----	-----------------	---

\cong	\cong (4, 2356)	“aproximadamente igual a”. <i>ex.: $\pi \cong 3,1416$</i> \cong <i>π é aproximadamente igual a 3,1416.</i>
---------	-------------------	---

\equiv	\equiv (2356, 2356)	“é congruente com”. <i>ex.: $6 \equiv 11(5)$</i> \equiv \equiv <i>6 é congruente com 11 módulo 5.</i>
----------	-----------------------	---

\ddots	\ddots (56, 23)	“assim como”. <i>ex.: 6:3: :8:4</i> \ddots <i>6 está para 3 assim como 8 está para 4.</i>
----------	-------------------	--

$<$	\lessdot (246)	“menor que”.
\ll	$\lessdot\lessdot$ (246, 246)	“muito menor que”.

$\left. \begin{array}{l} \leq \\ \leq \end{array} \right\}$	\leq (246, 2356)	“menor ou igual a”, para todas as variantes em tinta que tenham este mesmo significado.
---	--------------------	---

$>$	\gtrdot (135)	“maior que”. Caso na expressão que contenha o sinal \gtrdot (135) apareça a letra <i>o</i> minúscula, esta será precedida do ponto 5.
-----	-----------------	--

\gg	$\gtrdot\gtrdot$ (135, 135)	“muito maior que”.
-------	-----------------------------	--------------------

$\left. \begin{array}{l} \geq \\ \geq \end{array} \right\}$	\geq (135, 2356)	“maior ou igual a”, representação de todas as variantes que têm este mesmo significado.
---	--------------------	---

U  conjunto ou classe “universal”.

C_A  complementar de A .

C_M^N  complementar de N em M .

O complementar de um conjunto A costuma ser representado também por:

\overline{A} }  “ A sobrelinhado”
 (ver item 2.3.2)

A' }  “ A linha”

U  União

ex.: $A \cup B$  “ A união B ”

\cap  Intersecção

ex.: $A \cap B$  “ A intersecção B ”

$\bigcup_{i \in I} A_i$  representa um sinal de “união” de maior tamanho.

ex.:  “união para i pertencente a I dos conjuntos A_i ”.

$\bigcap_{i \in I} A_i$  representa um sinal de “intersecção” de maior tamanho.

ex.:  “intersecção para i pertencente a I dos conjuntos A_i ”.

\setminus  (5, 3) diferença de conjuntos.

$A \setminus B$  “ A menos B ”

\triangle }  (56, 256) diferença simétrica ou soma booleana.

ex.: $A \triangle B$  “ A diferença simétrica B ”

\times  produto cartesiano

ex.: $A \times B$  “ A produto cartesiano B ”

\in	⠠⠨⠠⠨⠠⠨	pertence a
ex.: $x \in A$	⠠⠨⠠⠨⠠⠨⠠⠨	"x pertence a A"
\ni	⠠⠨⠠⠨⠠⠨	contém a
ex.: $A \ni x$	⠠⠨⠠⠨⠠⠨⠠⠨	"A possui como elemento x"
\subset	⠠⠨⠠⠨⠠⠨	está contido em
ex.: $A \subset B$	⠠⠨⠠⠨⠠⠨⠠⠨⠠⠨	"A está contido em B"
\supset	⠠⠨⠠⠨⠠⠨	contém
ex.: $A \supset B$	⠠⠨⠠⠨⠠⠨⠠⠨	"A contém B"

\ni	}	⠠⠨⠠⠨⠠⠨	está contido em (sentido amplo).
\ni			

\ni	}	⠠⠨⠠⠨⠠⠨	contém a (sentido amplo).
\ni			

\notin	⠠⠨⠠⠨⠠⠨	"não pertence a"
$\not\ni$	⠠⠨⠠⠨⠠⠨	"não contém a"

Analogamente, para as relações negativas restantes.

\sim	⠠⠨⠠⠨⠠⠨	(5, 26, 3) "equivale a". Este sinal é usado comumente para indicar uma relação de equivalência.
--------	--------	---

\Rightarrow		implica: "se... então"
\Leftarrow		"é implicado por"
\Leftrightarrow		dupla implicação: "se e só se"

6.3 Outras notações

\therefore		(0, 6, 16, 0)	"portanto" (precedido e seguido de cela braille em branco)
\because		(0, 4, 34, 0)	"posto que" (precedido e seguido de cela braille em branco)
\triangleq		(0, 23456, 23, 0)	"segundo", "de acordo com" (precedido e seguido de cela braille em branco)
∇		(56, 356)	disjunção excludente
\Rightarrow		(2356, 23)	relação direta
\Leftarrow		(56, 2356)	relação inversa
\Leftrightarrow		(56, 2356, 23)	relação recíproca

\prec		(5, 246)	"anterior a"
\preceq			"anterior ou simultâneo a"
\succ			"posterior a"
\succeq			"posterior ou simultâneo a"

6.4 Exemplos de notação de teoria de conjuntos

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

O complemento de $A \cup B$ é igual à intersecção do complemento de A e o complemento de B .

$$\vdash (A \vee \neg A)$$

Tautologia: A ou *não* A .

$$A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x, x \in A \Rightarrow x \in B$$

A contido em B se e somente se para todo x , $x \in A$ implica x pertence a B .

$$(A \setminus B) \cap (B \setminus A) = \emptyset$$



A intersecção de $A \setminus B$ com $B \setminus A$ é igual ao conjunto vazio.

$$\exists x \in \mathbb{Z} / x \notin \mathbb{N}$$



Existe x pertencente ao conjunto dos números inteiros tal que x não pertence ao conjunto dos números naturais.

CAPÍTULO 7

APLICAÇÕES (FUNÇÕES)

7.1 Notações elementares

$$f: A \rightarrow B$$



aplicação f de A em B .
O sinal \rightarrow (46), que representa neste caso os dois pontos, deve ser seguido de, pelo menos, meia cela braille em branco

$$A \leftrightarrow B$$



aplicação bijetora de A em B

$$A \xrightarrow{f} B$$



aplicação f de A em B .
(Em tinta, f aparece em cima da flecha. Em braille se coloca entre os dois elementos \rightarrow (25) da flecha)

$$B \xrightarrow{f^{-1}} A$$



aplicação inversa de f : “ f elevado a -1 de B em A ”.



(a expressão \rightarrow representa uma forma abreviada de escrever \rightarrow muito útil quando se trabalha com funções)

$\overline{\lim}$



limite superior

$\underline{\lim}$



limite inferior

\lim

$x \uparrow 0$



limite quando x tende crescendo a 0

\lim

$x \downarrow 0$



limite quando x tende decrescendo a 0

7.3 Derivadas

$\frac{d}{dx}$



derivada em relação a x

$\frac{df}{dx}$



derivada de f em relação a x

$\frac{d^n}{dx^n}$



n-ésima derivada em relação a x

$\frac{d^n f}{dx^n}$



derivada n-ésima de f em relação a x n vezes

∂



símbolo de derivada parcial

$\frac{\partial}{\partial x}$



derivada parcial em relação a x

$\frac{\partial f}{\partial x}$



derivada parcial de f em relação a x

$\frac{\partial^n}{\partial x^n}$



n-ésima derivada parcial em relação a x

$\frac{\partial^n f}{\partial x^n}$ derivada parcial
n-ésima de **f** em
relação a **x** n vezes

$\frac{\partial^2}{\partial x \partial y}$ derivada parcial
segunda em
relação a **x** e **y**

$\frac{\partial^2}{\partial x \partial y}$ derivada parcial
segunda de **f** em
relação a **x** e **y**

$\frac{\partial^{m+n}}{\partial x^m \partial y^n}$ derivada parcial de ordem **m+n** em relação a **x**
m vezes e em relação a **y** n vezes

$\frac{\partial^{m+n} f}{\partial x^m \partial y^n}$ derivada parcial de ordem **m+n** de **f** em relação a
x m vezes e em relação a **y** n vezes

Nota: Existem outras notações muito usadas para as funções derivadas, as quais não se transcrevem por ajustarem-se às normas gerais.

∇ operador nabla

Δ operador laplaciano

7.4 Integrais

\int integral indefinida

\iint integral dupla

\iiint integral tripla

\int_a^b integral definida entre **a** e **b**

\int_a^b integral superior

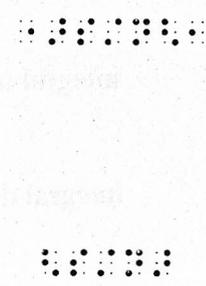
\int_a^b integral inferior

\int_C integral curvilínea ao longo da curva **C**

* (5, 23) produto de convolução

7.5 Notações sobre funções determinadas

7.5.1 Sucessões, progressões e matrizes

$\left. \begin{array}{l} \{ S_n \} \\ (S_n) \end{array} \right\}$

 sucessão de termo geral S_n

$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$

 limite de S_n quando n tende a infinito

\div

 progressão aritmética

$\div \div$

 progressão geométrica

$\sum_{i=1}^n$

 somatório variando de i igual a 1 até n

ex.: $\sum_{i=1}^n S_i$

 somatório variando de $i=1$ até n de S_i

$\prod_{i=1}^n$

 produto variando de $i=1$ até n

ex.: $\prod_{i=1}^n S_i$

 produto variando de $i=1$ até n de S_i

$n!$

 fatorial de n

$\binom{n}{r}$

 coeficiente binômico “ n sobre r ”

Matrizes

As matrizes e os determinantes serão representados respeitando a posição que os elementos têm na escrita visual.

$$P_{M,N} \left\| \begin{array}{cccccc} P_{1,1} & P_{1,2} & P_{1,3} & \dots & P_{1,N} \\ P_{2,1} & P_{2,2} & P_{2,3} & \dots & P_{2,N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{M,1} & P_{M,2} & P_{M,3} & \dots & P_{M,N} \end{array} \right\|$$

Esta matriz foi transcrita em braille com a representação geral.

Contudo, por razões de espaço e comodidade, adotamos a seguinte representação abreviada: (ver item 2.6):

$$\left. \begin{array}{l} P_{M,N} \\ P_{1,1} \quad P_{1,2} \quad P_{1,3} \quad \dots \quad P_{1,N} \\ P_{2,1} \quad P_{2,2} \quad P_{2,3} \quad \dots \quad P_{2,N} \\ \dots \\ P_{M,1} \quad P_{M,2} \quad P_{M,3} \quad \dots \quad P_{M,N} \end{array} \right\}$$

7.5.2 Funções logarítmicas

$\text{Log}_b x$ \dots logaritmo na base **b** de **x**.

$\text{Log } x$ \dots logaritmo de **x**.

$\text{Ln } x$ \dots logaritmo natural ou neperiano de **x**

Lx \dots

$\text{Antilog } x$ \dots antilogaritmo de **x**.

$\text{Colog } x$ \dots cologaritmo de **x**.

Características negativas dos logaritmos decimais

Utilizar-se-á a terceira série do alfabeto braille precedida do sinal de número.

Exemplos:

$\overline{1},345$ \dots log decimal de característica -1 e mantissa 345.

$\overline{28},928$ \dots log decimal de característica -28 e mantissa 928.

7.5.3 Funções trigonométricas e suas inversas

⠠⠠⠠⠠⠠⠠	Seno
⠠⠠⠠⠠⠠	Cosseno
⠠⠠⠠⠠	Tangente
⠠⠠⠠⠠⠠⠠	Cotangente
⠠⠠⠠⠠⠠	Secante
⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠	Cossecante
⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠	Arco seno
⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠	Arco cosseno
⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠	Arco tangente
⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠	Arco cotangente
⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠	Arco secante
⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠	Arco cossecante

7.5.4 Funções hiperbólicas e suas inversas

⠠⠠⠠⠠	Seno hiperbólico
⠠⠠⠠⠠	Cosseno hiperbólico

⠠⠠⠠⠠	Tangente hiperbólica
⠠⠠⠠⠠⠠	Cotangente hiperbólica
⠠⠠⠠⠠⠠⠠	Secante hiperbólica
⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠	Cossecante hiperbólica
⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠	Argumento do seno hiperbólico
⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠	Argumento do cosseno hiperbólico
⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠	Argumento da tangente hiperbólica
⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠	Argumento da cotangente hiperbólica
⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠	Argumento da secante hiperbólica
⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠	Argumento da cossecante hiperbólica

7.6 Símbolos usuais com significados diversos

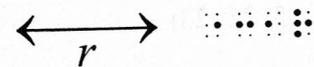
Em diferentes áreas da Matemática são usados certos símbolos para representar algumas relações. Cada um destes símbolos pode, segundo os autores, ter significados diversos. Uma relação determinada pode também ser representada de diferentes maneiras.

A lista seguinte possui símbolos comumente utilizados para representar relações tais como: “equivalente a”, “coordenável com”, “aproximadamente igual a”, “isomorfo a”, “homeomorfo a”, “congruente com” (em Geometria), “assintoticamente igual a”, etc.

CAPÍTULO 8

GEOMETRIA

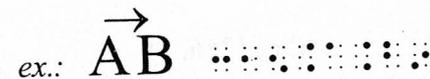
8.1 Notações elementares, vetores e figuras



reta r



vetor positivo z . O elemento \dots (pontos 25, 2) usar-se-á em todos os casos em que apareça uma seta orientada à direita sobre a letra. Além disso, em Geometria utilizar-se-á para representar as semi-retas.



Semi-reta de origem **A** que contém o ponto **B**. Nota-se, neste último caso, a necessidade do uso dos parênteses auxiliares para indicar que a seta abrange ambas as letras. (ver Parênteses auxiliares, item 1.3.)



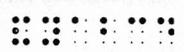
vetor oposto z . O elemento \dots (5, 25) será usado em todos os casos em que haja uma seta orientada à esquerda sobre a letra.

$\left[\begin{array}{c} \rightarrow \\ AB \end{array} \right]$	ou	} Vetor livre AB
$\overline{\alpha}$		
$\overline{\alpha}$		vetor axial positivo alfa
$\overline{\alpha}$		vetor axial oposto alfa
\overline{AB}		segmento AB . Nota-se a necessidade do uso dos parênteses auxiliares (ver Marcas em sobrescrito, item 2.3.2)
\widehat{z}		arco z
\widehat{AB}		arco AB (ver Parênteses auxiliares, item 1.3)
$\cup ABC$		arco correspondente ao ângulo ABC
\widehat{z}		ângulo z

\widehat{ABC}		ângulo ABC (ver Parênteses auxiliares, item 1.3)
\lrcorner		ângulo reto
\sphericalangle		ângulo orientado positivo
\sphericalangle		ângulo orientado negativo
\triangle		triângulo
\triangle		triângulo retângulo
\square		quadrado
\square		retângulo
∇		polígono
\circ		circunferência

Nota: As letras que representam os pontos das figuras não levarão parênteses auxiliares e escrever-se-ão logo depois do símbolo da figura, sem deixar cela braille em branco.

$\triangle ABC$  triângulo de vértices *A, B, C*

 *a, b, c, d*  retângulo de vértices *a, b, c, d*

 *Z*  curva geométrica *z*

8.2 Medidas angulares

5°  **cinco graus** (esta notação é usada também para graus de temperatura)

$7'$  **sete minutos** sexagesimais

$1''$  **um segundo** sexagesimal

ex.: $5^\circ 7' 1''$


cinco graus, sete minutos, um segundo

6^g  **seis grados** centesimais

2^g  **dois minutos** centesimais

9^g  **nove segundos** centesimais

rad.  radiano

8.3 Relações e operações

\parallel  “é paralelo a”

\equiv  “paralelo e igual a”

\perp  “perpendicular a”;
“ortogonal a”

\sphericalangle  “oblíquo a”

\sim  (56, 26, 23) “homólogo a”;
“semelhante a”

\cong  (5, 26, 3) “equivale a” (usa-se para relacionar figuras de mesma área)

$\overline{\wedge}$  projetividade

$\overline{\overline{\wedge}}$  perspectividade

$\dot{+}$  (4, 235) soma de vetores

$\dot{-}$  (4, 36) diferença de vetores

Quando não há lugar para dúvida, estes dois últimos sinais são substituídos pelos sinais comuns de soma e subtração.

$$\left. \begin{array}{l} \vec{X} \cdot \vec{Y} \\ \langle \vec{X}, \vec{Y} \rangle \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{produto escalar ou interno} \\ \vec{X} \text{ por } \vec{Y} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} \dot{X} \\ \wedge \\ \oplus \\ \hat{\oplus} \\ \otimes \\ S^\perp \end{array} \right\} \begin{array}{l} (4, 236) \\ (56, 2) \\ \text{produto vetorial} \\ \text{soma direta} \\ \text{soma ortogonal} \\ \text{produto tensorial} \\ \text{complemento ortogonal} \\ \text{de } S \end{array}$$

APÊNDICE I

Algumas combinações de setas, traços e pontos

$$\begin{array}{l} \vec{Z} \\ \vec{Z} \\ \vec{Z} \\ \vec{Z} \\ \vec{Z} \\ \uparrow \\ \downarrow \\ \updownarrow \\ \nearrow \end{array} \begin{array}{l} \text{.....} \\ \text{.....} \end{array}$$

BIBLIOGRAFIA

COMISSÃO BRASILEIRA DO BRAILLE. *Grafia Braille para a Língua Portuguesa*.
Ministério da Educação/Secretaria de Educação Especial, Brasília, 2002.

COMISSÃO BRASILEIRA DE BRAILLE / União Brasileira de Cegos. *Código Matemático Unificado para a Língua Portuguesa*. Fundação Dorina Nowill para Cegos, São Paulo, 1998.

ORGANIZAÇÃO NACIONAL DE CEGOS ESPANHÓIS. *Código Matemático Unificado para a Língua Castelhana*. ONCE, Madrid, 1987.